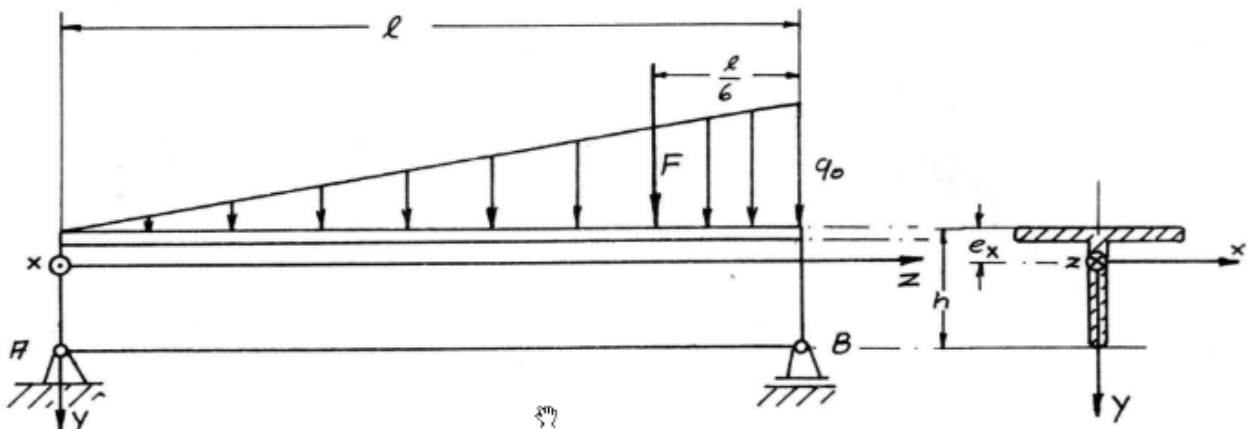


TMII Übung 4.3

► Maple Initialisierung

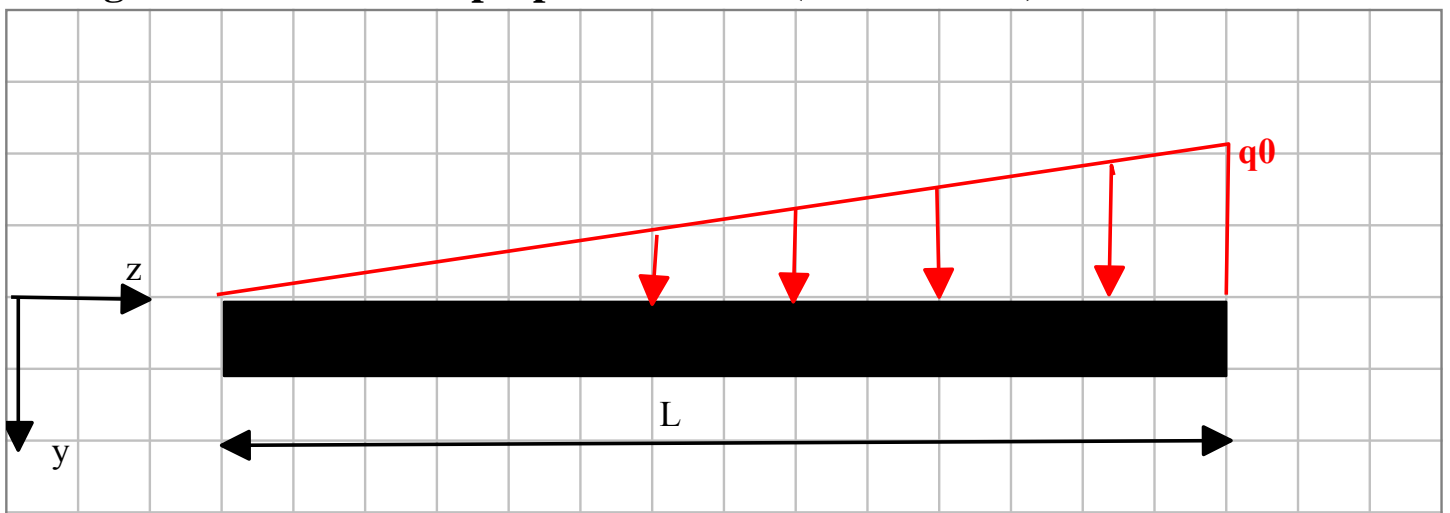
Aufgabe 3



Der gezeigte in A 2-wertig und in B 1-wertig gelagerte Träger wird durch eine dreiecksförmige Streckenlast mit dem Maximalwert q_0 und eine Einzelkraft F mit dem Betrag $F = q_0 l / 2$ belastet. Es soll ein hochstegiges T-Profil nach DIN 1024 ausgewählt werden.

1. Bestimmen Sie durch Superposition von Grundbelastungsfällen den Verlauf des Biegemoments $M(z)$ sowie dessen Maximalwert M_{\max} .
2. Wählen Sie das erforderliche Normprofil für $l = 6 \text{ m}$, $q_0 = 1 \text{ N/mm}$ und $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$.
3. Wie groß sind für das gewählte Profil die maximale Zug- und Druckspannung? Bitte zeichnen Sie den Verlauf der Biegespannung über der Querschnittshöhe im höchstbelasteten Querschnitt.

Zerlegen der Last und Superposition: LF1 (Dreieckslast)



Biegelinie aus Hibbeler Tabelle C1

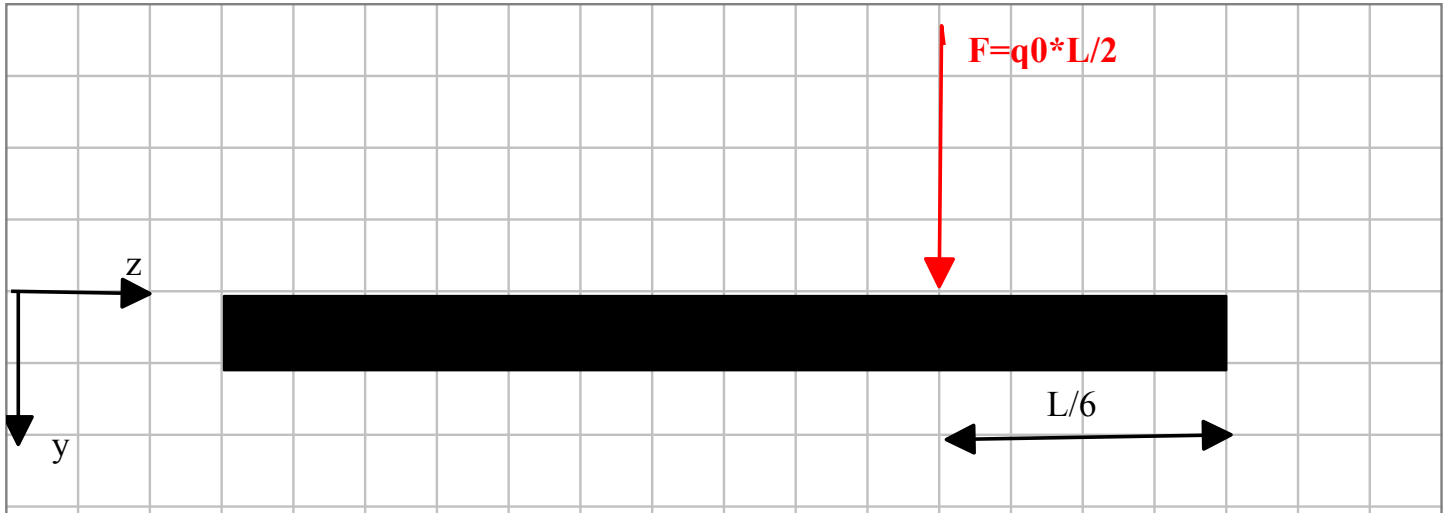
$$w1 := z \rightarrow -\frac{q0 z}{360 E J L} (3 z^4 - 10 L^2 z^2 + 7 L^4) = z \rightarrow -\frac{1}{360} \frac{q0 z (3 z^4 - 10 L^2 z^2 + 7 L^4)}{E J L}$$

$$w1s := \frac{d}{dz} w1(z) = -\frac{1}{360} \frac{q0 (3 z^4 - 10 L^2 z^2 + 7 L^4)}{E J L} - \frac{1}{360} \frac{q0 z (12 z^3 - 20 L^2 z)}{E J L}$$

$$M1 := E J \frac{d}{dz} w1s = E J \left(-\frac{1}{180} \frac{q0 (12 z^3 - 20 L^2 z)}{E J L} - \frac{1}{360} \frac{q0 z (36 z^2 - 20 L^2)}{E J L} \right)$$

$$Q1 := \frac{d}{dz} M1 = E J \left(-\frac{1}{120} \frac{q0 (36 z^2 - 20 L^2)}{E J L} - \frac{1}{5} \frac{q0 z^2}{E J L} \right)$$

Zerlegen der Last und Superposition: LF2 (Einzellast)



Biegelinie aus Hibbeler Tabelle C1 für den Bereich $0 \leq z \leq 5/6 * L$

$$F := \frac{q0 L}{2} = \frac{1}{2} q0 L$$

$$w2 := z \rightarrow -\frac{F L}{6 E J L} z \left(L^2 - \left(\frac{L}{6} \right)^2 - z^2 \right) = z \rightarrow -\frac{1}{36} \frac{F L z \left(\frac{35}{36} L^2 - z^2 \right)}{E J L}$$

$$w2s := \frac{d}{dz} w2(z) = -\frac{1}{72} \frac{q0 L \left(\frac{35}{36} L^2 - z^2 \right)}{E J} + \frac{1}{36} \frac{q0 L z^2}{E J}$$

$$M2 := E J \frac{d}{dz} w2s = \frac{1}{12} q0 L z$$

$$Q2 := \frac{d}{dz} M2 = \frac{1}{12} q0 L$$

Superposition von LF1 und LF2 (Bereich $0 \leq z \leq 5/6 L$)

$$w := w1 + w2 = w1 + w2$$

$$ws := ws1 + ws2 = ws1 + ws2$$

$$M := M1 + M2 = E J \left(-\frac{1}{180} \frac{q0 (12 z^3 - 20 L^2 z)}{E J L} - \frac{1}{360} \frac{q0 z (36 z^2 - 20 L^2)}{E J L} \right) + \frac{1}{12} q0 L z$$

$$Q := Q1 + Q2 = E J \left(-\frac{1}{120} \frac{q0 (36 z^2 - 20 L^2)}{E J L} - \frac{1}{5} \frac{q0 z^2}{E J L} \right) + \frac{1}{12} q0 L$$

Maximales Biegemoment zur Dimensionierung (bei Nullstelle Querkraft)

$$NS := \text{solve}(Q=0, z) = \frac{1}{2} \sqrt{2} L, -\frac{1}{2} \sqrt{2} L$$

nur die positive Lösung gilt:

$$NS[1] = \frac{1}{2} \sqrt{2} L$$

maximales Biegemoment:

$$Mmax := \text{eval}(M, z=NS[1]) = \frac{1}{12} q_0 L^2 \sqrt{2}$$

Dimensionierungswerte:

$$L := 6e3 \text{ \#}[mm] = 6000.$$

$$\sigma_{zul} := 120 \text{ \#} \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 120$$

$$q_0 := 1. \text{ \#} \left[\frac{N}{mm} \right] = 1.$$

$$E := 200e3 \text{ \#} \left[\frac{N}{mm^2} \right] = 2.00 \cdot 10^5$$

$$W_{erf} := \text{evalf} \left(\frac{Mmax}{\sigma_{zul}} \right) = 35355.33905 \text{ \#}[mm^3]$$

gewählt: T120 DIN1024 mit

$$W := 42e3 \text{ \#}[mm^3] = 42000.$$

$$J := 366e4 \text{ \#}[mm^4] = 3.66 \cdot 10^6$$

$$e_y := -32.8 \text{ \#}[mm] = -32.8$$

$$h := 120 \text{ \#}[mm] = 120$$

höchstbelasteter Querschnitt bei Mmax und $z = \frac{\sqrt{2}}{2} L$

$$e_{y2} := h + e_y = 87.2$$

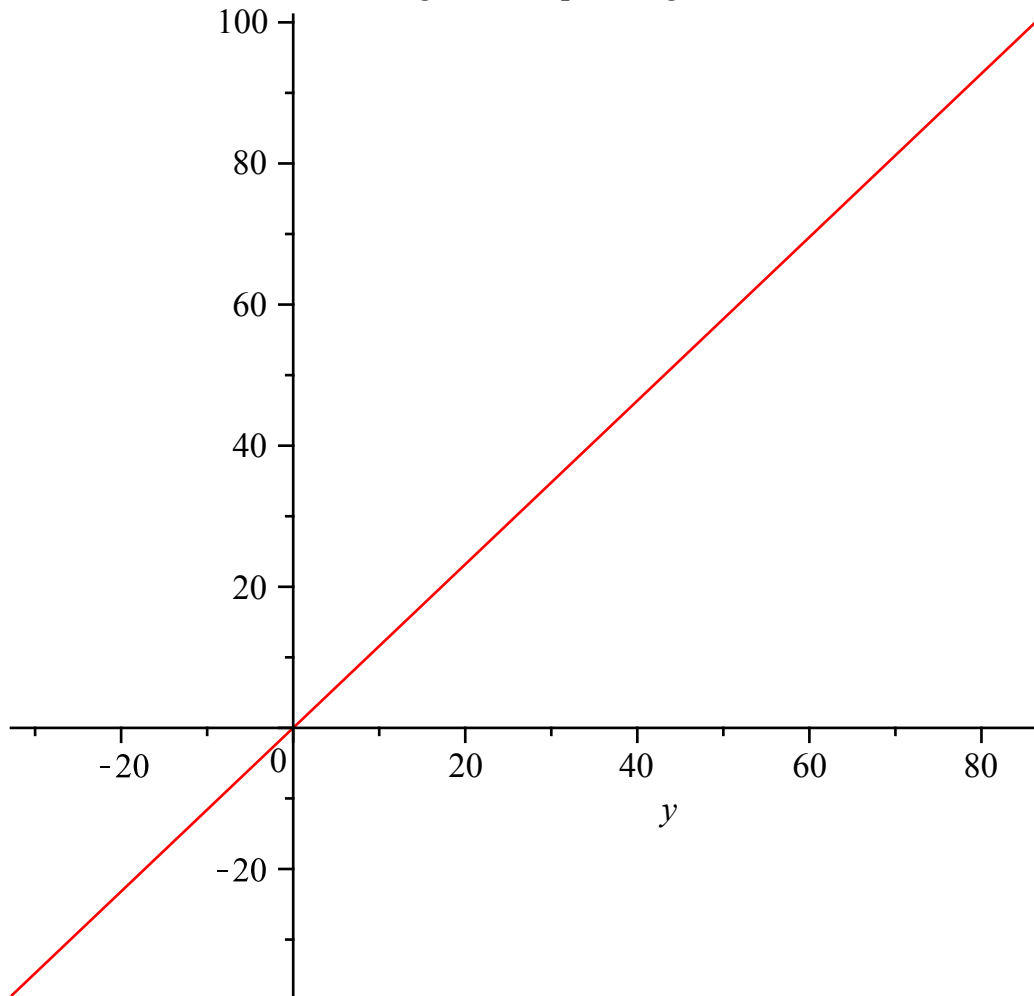
$$\text{maximaler Druck oben} \quad \sigma_D := \text{evalf} \left(\frac{Mmax}{J} e_y \right) = -38.02147937$$

$$\text{maximaler Zug unten} \quad \sigma_Z := \text{evalf} \left(\frac{Mmax}{J} e_{y2} \right) = 101.0814939$$

$$\sigma := y \rightarrow \frac{Mmax}{J} y:$$

$$\text{plot}(\sigma(y), y = e_y .. e_{y2})$$

Verlauf der Zug / Druckspannungen im Profil



Zusätzliche Auswertungen / Plots

Biegelinie und Neigungswinkel (nur bis 5/6 L)

$$w(z) =$$

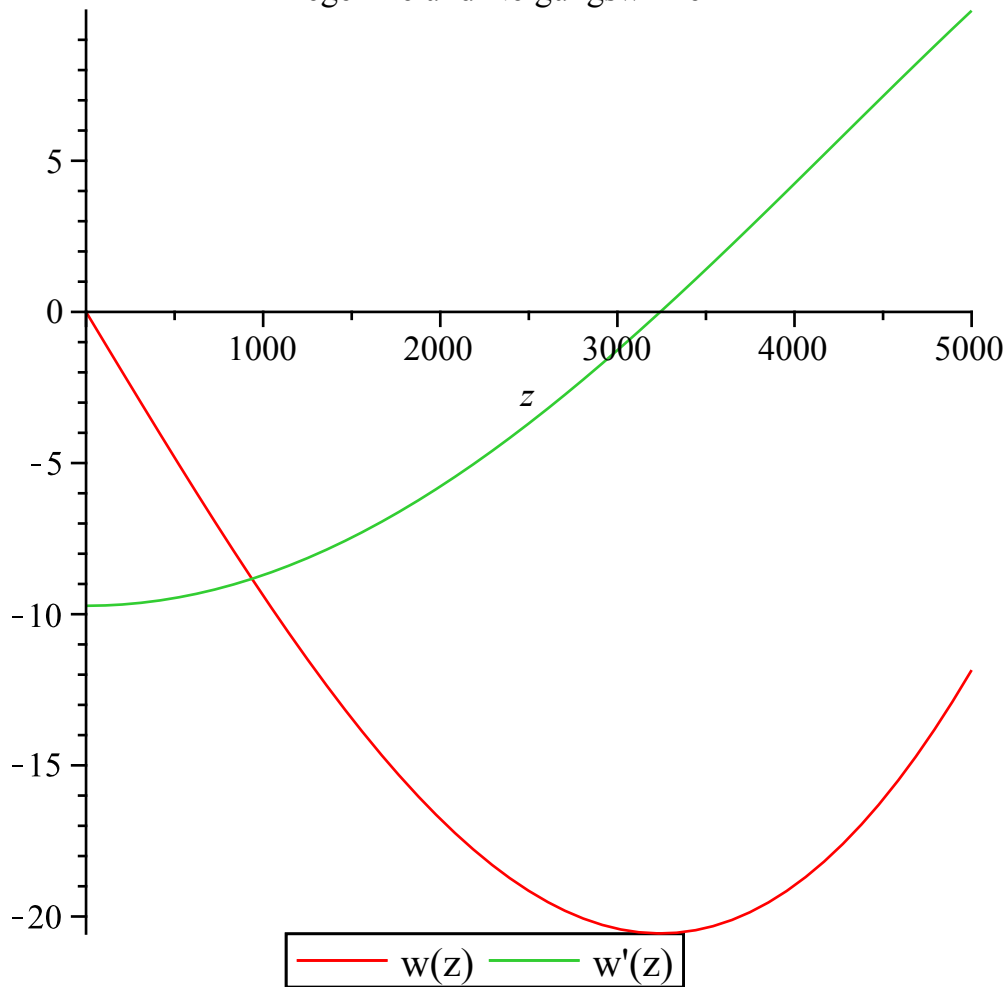
$$-6.324630644 \cdot 10^{-19} z (3 z^4 - 3.60 \cdot 10^8 z^2 + 9.072 \cdot 10^{15}) - 1.138433516 \cdot 10^{-10} z (3.500000000 \cdot 10^7 - z^2)$$

$$ws := \frac{d}{dz} w(z) =$$

$$-1.897389193 \cdot 10^{-18} z^4 + 5.692167580 \cdot 10^{-10} z^2 - 0.009722222226 - 6.324630644 \cdot 10^{-19} z (12 z^3 - 7.20 \cdot 10^8 z)$$

$$\text{plot}\left(\{w(z), ws(z) \cdot 1000\}, z=0 .. \frac{5}{6}L\right)$$

Biegelinie und Neigungswinkel



Moment- und Querkraftverlauf (nur bis $5/6 L$)

$$\text{plot}\left(\left\{\frac{M}{10^3}, Q\right\}, z=0 \dots \frac{5}{6}L\right)$$

Moment und Querkraftverlauf

